УДК: 519.8 https://doi.org/10.15407/jai2025.01.085

Є. В. Івохін[1], К. Е. Юштін[2]
[1,2]Київський національний університет імені Тараса Шевченка, Україна
пр. Глушкова, 4д, м. Київ, 83000
[1]ivohin@knu.ua
[2]gkons@univ.kiev.ua
[1]https://orcid.org/0000-0002-5826-7408
[2]https://orcid.org/0009-0001-9881-2343

АЛГОРИТМ НЕЧІТКОЇ ДИСПЕТЧЕРИЗАЦІЇ ПРОЦЕСУ ПЛАНУВАННЯ ПОСЛІДОВНОСТІ ВИКОНАННЯ НЕПЕРІОДИЧНИХ ЗАВДАНЬ

Анотація. Метою даного дослідження є розробка алгоритму планування процесу виконання сукупності неперіодичних завдань, що проводяться службою (підрозділом) підтримки або супроводу підприємства, шляхом ранжування важливості завдань на основі сукупності вхідних факторів, таких як статус заявника, критичність проблеми, наявність ресурсів, складність завдання та терміновість виконання завдання. У роботі запропоновано дворівневу схему нечіткого висновку на основі алгоритму Mamdani для вирішення проблем пріоретизації в системах підтримки користувачів, сутність якої полягає у послідовній реалізації двох етапів: на першому кроці обробляються попарно взаємозалежні вхідні критерії для отримання проміжних результатів, а на другому - вони об'єднуються з метою формування підсумкового пріоритету.

Для опису вхідних і вихідних величин при реалізації схеми формування висновків обрано нечітку методологію з використанням трикутних функцій належності, що дозволило забезпечити баланс між точністю і плавністю дефазифікації. Проведено тестування запропонованої схеми при вирішенні задачі розподілу ресурсів у підрозділах технічної підтримки, де необхідно враховувати обмеження часу та ресурсів при одночасному опрацюванні множини заявок.

Розроблений підхід може бути використаний для оптимізації обсягів ресурсів, необхідних для виконання сукупності завдань, що характеризуються показниками важливості, критичності, складності та термінів виконання.

Ключові слова: нечіткий висновок, алгоритм Mamdani, дворівнева модель, трикутні функції належності, пріоретизація завдань, нечітка оцінка часу виконання.

Ye. Ivohin[1], K. Yushtin[2]
[1,2]Taras Shevchenko National University of Kyiv, Ukraine
4d, Glushkova st., Kyiv, 83000
[1]ivohin@knu.ua
[2]gkons@univ.kiev.ua
[1]https://orcid.org/0000-0002-5826-7408
[2]https://orcid.org/0009-0001-9881-2343

FUZZY DISPATCHING ALGORITHM FOR SEQUENCING NON-PERIODIC TASKS IN THE SCHEDULING PROCESS

Abstract. The objective of this study is to develop a scheduling algorithm for executing a set of non-periodic tasks performed by a support or maintenance department of an enterprise. The proposed approach ranks the importance of tasks based on a combination of input factors, such as the requester's status, problem criticality, resource availability, task complexity, and urgency. A two-level fuzzy inference framework, based on the Mamdani algorithm, is proposed to address prioritization challenges in user support systems. The framework operates sequentially in two stages: in the first stage, interdependent input criteria are processed pairwise to obtain intermediate results, and in the second stage, these results are aggregated to determine the final task priority.

To describe the input and output variables in the implementation of the inference framework, a fuzzy methodology utilizing triangular membership functions was chosen, ensuring a balance between precision and smoothness in defuzzification. The proposed framework was tested on a resource allocation problem within technical support departments, where time and resource constraints must be considered while simultaneously processing a set of requests.

The developed approach can be applied to optimize resource allocation volumes required for executing a set of tasks characterized by importance, criticality, complexity, and urgency metrics.

Keywords: fuzzy inference, Mamdani algorithm, two-stage model, triangle membership functions, task prioritization, task executing fuzzy time.

Вступ

Класичний режим роботи служби або підрозділу підтримки в структурі організації зазвичай передбачає опрацювання групи завдань, які необхідно оперативно виконувати. З метою ефективного використання ресурсів відповідного відділу при виконанні завдань потрібно визначити правила розподілу та строки виконання кожного завдання.

Для визначення продуктивності роботи персоналу часто застосовують показник Key Performance Indicator (KPI) [1], який дозволяє оцінювати різні аспекти практичної діяльності. Його використання є особливо важливим при виконанні завдань у ІТ- компаніях та відділах. Це пояснюється тим, що значна частина робіт в відділах розробки та супроводу пов’язана із вирішенням незапланованих проблем, що виникають, і потребують оперативного втручання (виправлення) в процесі створення, тестування та експлуатації інформаційних систем.

Ефективність такої роботи залежить від якості оперативного планування процесу виконання завдань, що вимагає визначення пріоритету у послідовності обробки вхідних завдань співробітниками, максимізації використання робочого часу наявних спеціалістів та мінімізації загального часу виконання завдань або показника сукупної корпоративної ефективності реакції на звернення. Завдання, що виконуються ІТ-спеціалістами служби підтримки, можна класифікувати як періодичні завдання, які регулярно виконуються через рівні проміжки часу, та неперіодичні, потреба виконання яких в процесі розробки та експлуатації виникає випадково. Система планування повинна реагувати на вхідні запити протягом фіксованого проміжку часу, який називається кінцевим терміном реакції.

Процеси створення та обслуговування ІТ-систем відносять до категорії робіт з м’яким плануванням, при якому пропуск окремих строків виконання є допустимим. На відміну від такого способу планування у виробничих процесах з жорстким плануванням дотримання всіх дедлайнів є обов’язковим. В обох випадках, коли надходить нове завдання, планувальник повинен розташувати його в черзі виконання, щоб розрахувати граничний термін виконання. Система планування роботи в режимі реального часу дозволяє забезпечити порядок виконання періодичних і неперіодичних завдань у сферах підтримки прийняття рішень та управління різними процесами [2].

За умови необхідності виконання незапланованих завдань важливим фактором є вплив реакції клієнта на час обробки запиту: отримати чітку реакцію занадто пізно так само погано, як і не отримати її взагалі. Це вимагає високої оперативності у виконанні неперіодичних завдань. Іншим суттєвим фактором, що потребує уваги, є суб’єктивність у визначенні важливості завдань [3]. Зважаючи на це, необхідно розробити підхід, який дозволить визначити порядок виконання завдань у системі обслуговування шляхом застосування методології визначення пріоритетів у послідовності виконання завдань і створення орієнтовного графіка виконання у вигляді конкретної черги. Така схема має базуватись на раціональному балансуванні навантаження, для чого використовують різні алгоритми у виробничих процесах [4].

Системне планування виконання оперативних задач в реальному часі передбачає типізацію завдань з фіксованим часом виконання, тобто час виконання та пріоритет є точними величинами. Проте, у багатьох конкретних випадках значення цих параметрів є невизначеними і неточними та базуються на експертних оцінках, що призводить до необхідності нечіткого способу формалізації показників вхідних завдань. Для врахування умов невизначеності параметрів завдань передбачається використання нечіткої логіки з метою визначення порядку їх виконання. Це дозволяє оптимізувати розподіл робочого навантаження наявних співробітників і, отже, зменшити можливість затримки або відтермінування обробки важливих та оперативних запитів. Подання параметрів часу та порядку

виконання послідовності завдань пропонується у вигляді нечітких чисел.

Виходячи з ефективності застосування нечітких величин при моделюванні поведінки системи в умовах невизначеності, які складно чи неможливо описати за допомогою традиційних логічних чи кількісних методів, використовуються системи нечіткого висновку (Fuzzy Inference Systems, FIS). Системи нечіткого висновку є методикою, яка дозволяє інтерпретувати дані і робити висновки на їх основі, використовуючи процеси, що імітують людське мислення та міркування в умовах невизначеності та неточності. Ці системи базуються на використанні теорії нечітких множин та нечітких відношень [5], які розширюють класичні поняття множин і логіки на випадок, коли вхідна інформація або взаємозв'язки, що діють, виражені неточно, неоднозначно або недостатньо повно.

Системи нечіткого висновку концептуально нескладні. Вони містять етапи введення, обробки та побудови результату, які зазвичай мають чотири основні компоненти:

1. Фазифікація (fuzzification): етап перетворення вхідних значень до нечіткого вигляду на основі нечітких чисел, що описуються функціями належності, значення яких визначають відповідність вхідних значень до кожного з можливих якісних рівнів, поданих термами (наприклад, "високий", "середній", "низький").

2. База правил (Rule Base): етап формалізації обробки способів обробки інформації за допомогою умовних операторів з використанням елементів нечіткого формулювання, наприклад, "якщо параметр 1 має високий рівень, параметр 2 має середній рівень, то результат має високий пріоритет". Правила формуються на основі знань експертів у предметній галузі.

3. Механізм висновку (Inference Engine): початковий етап отримання нечіткого висновку на основі застосування правил до фазифікованих вхідних даних. Серед різних практичних підходів до реалізації процедури формування висновків одними з найпопулярніших є метод Mamdani, запропонований у 1975 році [6], та метод Sugeno, представлений у 1985 році [7]. Ці методи є близькими за механізмом побудови висновків, що складається з етапів обробки даних на основі їх фазифікації та опрацювання дії нечітких операторів, а головна відмінність між методами Mamdani і Sugeno пов’язана з використанням різних за змістом вихідних функції належності [8].

4. Дефазифікація (Defuzzification): завершальний (вихідний) етап процесу, на якому відбувається перетворення сформованого нечіткого висновку у чіткий числовий вигляд, який може бути використаний для подальших розрахунків.

Таким чином, для реалізації системи нечіткого висновку потрібно визначитись з набором лінгвістичних термів, які задаються у вигляді нечітких множин з заданими функціями належності. Процедура формалізації проводиться за допомогою експерта з урахуванням специфіки нечіткого показника. Будь-яка зміна діапазонів (носіїв) наявних вхідних значень призводить до відповідної зміни функції належності. Способи налаштування функцій належності описані в [9,10].

Припустимо, що у нас є набір з n вхідних показників $X_1, X_2, ..., X_n$. Визначимо перелік з k нечітких числових множин з функціями належності $\mu^j(x)$, $j = \overline{1,k}$, визначених на деякій загальній універсальній множині. Дані множини описують відповідні терми і дозволяють оцінити рівень належності значення x_i вхідного параметру X_i, $i = \overline{1,n}$ певній концептуальній категорії. На практиці найчастіше використовуються 3 множини, що відповідають термам: «низький», «середній» та «високий». Побудувавши оцінки для кожного набору значень $x_1, x_2, ..., x_n$, маємо сукупність величин $\mu^j(x_i)$, $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,k}$.

Для довільних значень $x_1, x_2, ..., x_n$ вхідних параметрів визначається вихідна категоріальна величина y, яка аналогічно

оцінюється за рівнем відповідності заданим термам на основі правил $R_s, s=\overline{1,k^n}$, що задаються у вигляді нечітких відношень з функціями належності виду

$$\mu^s(y)=\min\left(\mu^{p_1}(x_1),\mu^{p_2}(x_2),\ldots,\mu^{p_k}(x_n)\right), \tag{1}$$

де $(p_1,p_2,\ldots,p_k)$ - довільне поєднання з номерів $1,2,\ldots,k$, $x_1,x_2,...,x_n$ - значення вхідних параметрів, y — вихідна величина, $\mu^s(y)$ - рівень міри належності величини y нечіткій множині R_s, $s=\overline{1,k^n}$ а застосування операції *min* відповідає врахуванню перетину умов (логічне «ТА») на вхідні величини, що визначаються рівнями функцій належності вхідних значень до відповідних нечітких категорій.

Отримуємо нечітку множину пар $\tilde{R}=\left(\left(y,\mu^1(y)\right),\left(y,\mu^2(y)\right),\ldots,\left(y,\mu^{k^n}(y)\right)\right)$,

за якою відбувається формування нечіткого висновку у вигляді $\left(y,\mu^*(y)\right)$ на основі об’єднання отриманих результатів за усіма нечіткими правилами (шляхом застосування логічної операції «АБО»), де $\mu^*(y)=\max\limits_{s=\overline{1,k^n}}\left(\mu^s(y)\right)$.

Повторюючи наведену процедуру розрахунку міри належності для кожного можливого категоріального значення y_l, $l=\overline{1,q}$, вихідного параметра (тут q - кількість вихідних термів, для даного випадку q =3), отримуємо остаточний висновок у вигляді нечіткої множини

$$\tilde{Y}=\left(\left(y_1,\mu^*(y_1)\right),\left(y_2,\mu^*(y_2)\right),\ldots,\left(y_q,\mu^*(y_q)\right)\right).$$

Для визначення чіткого значення y^* вихідної змінної y необхідно виконати дефазифікацію нечіткого результату, що можна провести, наприклад, за допомогою методу центру ваги (середнє значення ваги нечіткої множини, Center of Gravity, CoG [11]):

$$y^*=\frac{\sum\limits_{l=1}^{q}\mu^*(y_l)\cdot y_l}{\sum\limits_{l=1}^{q}\mu^*(y_l)}. \tag{2}$$

Очевидно, що застосування формули (2) передбачає числовий характер універсальної множини для $\tilde{Y}$. У наведеному вище способі формування нечіткого висновку в якості компонентів носія нечіткої множини $\tilde{Y}$ розглядалися вербальні висновки, які відповідають сутності наявних категорій. Іншими словами, значення y_l, $l=\overline{1,q}$, є елементами множини категоріальних термів, які у вихідному нечіткому висновку описуються величинами міри належності. Якщо вважати, що універсальна множина для формалізації усіх категорій є загальною і співпадає з деякою шкалою для оцінювання (наприклад, у вигляді бальної шкали (0÷10)), можна побудувати вихідні нечіткі множини з числовими елементами носія, використовуючи в якості відповідного значення оцінку центру ваги нечіткого категоріального показника з заданою функцією належності.

Припустимо, що розглядається шкала (0÷10), а бальні оцінки наявних термів (без обмеження загальності) подаються лише цілочисловими значеннями. Тоді,

враховуючи дану шкалу та вигляд функцій належності для опису окремих категорій, проведемо розрахунок числових величин показників, що відповідають набору термів у вихідному нечіткому висновку, на основі дискретного набору значень за формулою

$$\bar{y}_l = \frac{\sum_{s=1}^{10} \mu_{y_l}(s) \cdot s}{\sum_{s=1}^{10} \mu_{y_l}(s)}, \; l = \overline{1,q}, \qquad (3)$$

де $\bar{y}_l$, $l = \overline{1,q}$, - числові величини для подання термів, $\mu_{y_l}(s)$, $s = 1,2,...,10$, $l = \overline{1,q}$, - значення функції належності кожної нечітко заданої категорії на цілочислових значеннях шкали.

Нечітка множина $\tilde{Y}^c = \left(\left(\bar{y}_1, \mu^*(y_1)\right), \left(\bar{y}_2, \mu^*(y_2)\right), \ldots, \left(\bar{y}_k, \mu^*(y_k)\right)\right)$,

отримана у такий спосіб, є альтернативною формою подання остаточного нечіткого висновку $\tilde{Y}$.

Тоді алгоритм визначення пріоритету обробки отриманого завдання може бути записаний в такому вигляді:

– початок циклу;

– якщо є завдання, які очікують на обробку,

{ ;

– на основі значень вхідних параметрів обчислюється вихідний показник відповідності сукупності параметрів заданим категоріям, кожна з яких подається нечіткою множиною;

– кінець циклу.

1 – Для кожного отриманого завдання J (завдання, яке не було передано виконавцю), передати його параметри в механізм логічного висновку. Результатом роботи модуля висновку є пріоритет обробки завдання J.

2 – Виконати завдання з найвищим пріоритетом обробки, доки не відбудеться подія зміни планування (завершення поточного завдання або надходження нового завдання).

3 – Оновити стан системи (пріоритети обробки завдань, кінцеві терміни тощо).

}

Завдання обробляється відповідно до рівня отриманого пріоритету.

Кінець циклу.

Основна частина

Запропонований вище спосіб оцінювання впливу параметрів вхідних завдань дозволяє розробити динамічну систему для вирішення задачі пріоритизації послідовності виконання неперіодичних завдань. В результаті роботи алгоритму створюється черга порядку виконання завдань, параметри яких визначаються перед їх розміщенням у черзі та впливають на фінальний рівень пріоритету у послідовності виконання.

Першим кроком практичного створення системи є розробка концептуальних категорій, які будуть використані для опису вхідних та вихідних даних. Будемо припускати, що оцінювання рівня показників буде здійснюватися за термами: «низький», «середній» та «високий». Реалізація системи нечіткого висновку за методом Mamdani при м'якому плануванні завдань у стратегії підтримки передбачає оцінювання 5-ти вхідних параметрів: важливість заявника (Client Importance, CI), критичність проблеми (Problem Criticality, PC), наявність ресурсів (Resource Availability, RA), складність завдання (Task Complexity, TC), терміновість завдання (Task Urgency, TU) та розробку відповідних правил для формування нечіткого висновку.

Побудова правил для великої кількості вхідних параметрів потребує прописування всіх можливих випадків, тому для підвищення конструктивності пропонується двоетапний метод висновку Mamdani, в якому на першому етапі

формуються два проміжні параметра O1 (Output 1) та O2 (Output 2), а потім на основі оцінок цих інтегрованих параметрів розраховується рівень фінального пріоритету (Final Priority, FP).

Для цього згрупуємо показники, що характеризують міри важливості клієнта, критичності проблеми та терміновості виконання завдання, у параметр Output1 (O1). З іншого боку, будемо вважати, що параметр Output2 (O2) характеризує ресурсовитратність виконання завдань на основі об’єднання показника вимог до наявності ресурсів та показника складності завдання. За допомогою параметрів O1 та O2 на другому етапі отримується FP.

Покладемо, що значення кожного вхідного параметру оцінюється шкалою значень в діапазоні від 0 до 10. Виходячи з наявних категорій рівнів показника, нескладно поділити шкалу на прості інтервали, що відповідають введеним категоріям: низький рівень (0-3), середній (4-6), високий (7-10), що робить оцінки більш зрозумілими та уніфікованими.

В алгоритмі Mamdani функції належності найчастіше задаються у вигляді трикутних, трапецеїдальних або гаусових функцій. На першому етапі використаємо наступні трикутні функції належності низького (L, low), середнього (M, med) та високого (H, high) рівнів (для спрощення вважаємо, що функції належності для всіх параметрів - лінійні):

$$\mu^{low}(x)=\begin{cases}1, \text{ якщо } x\le 2\\ \dfrac{5-x}{3}, \text{ якщо } 2<x<5\\ 0, \text{ якщо } x>5\end{cases}$$

$$\mu^{med}(x)=\begin{cases}0, \text{ якщо } x\le 2\\ \dfrac{x-2}{3}, \text{ якщо } 2<x\le 5\\ \dfrac{8-x}{3}, \text{ якщо } 5<x\le 8\\ 0, \text{ якщо } x>8\end{cases}$$

$$\mu^{high}(x)=\begin{cases}0, x\le 5\\ \dfrac{x-5}{3}, 5<x\le 8\\ 1, x>8\end{cases}$$

Вказані функції належності визначають, яким чином значення кожного вхідного параметра відповідає вхідним категоріям (рис. 1).

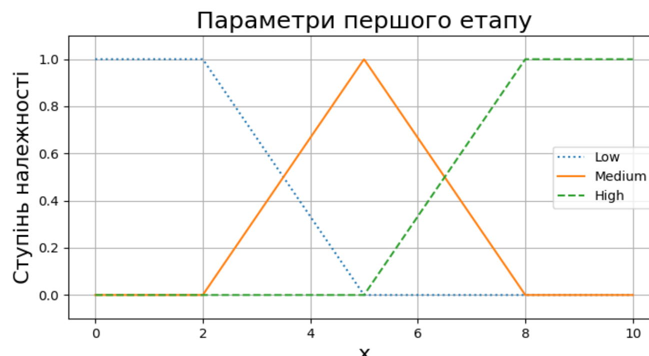


Рис. 1. Функції належності для оцінювання параметрів першого етапу

Для формування персоналізованих у різних конкретних випадках величин Key Performance Indicator функції належності для оцінювання рівня вхідних параметрів можуть бути змінені.

Використаємо ці функції в нечіткому виведенні Mamdani для визначення оцінок проміжних виходів (O1 та O2) та підсумкового пріоритету.

Для більш чіткої деталізації для параметрів проміжного виходу на другому етапі пропонується використання гаусових функцій належності

$$\mu^{low}(o_{1,2}) = \begin{cases} 1, \text{ якщо } o_{1,2} \le 1 \\ \exp\left(-\frac{(o_{1,2}-1)^2}{2\sigma^2}\right), o_{1,2} > 1 \end{cases}$$

$$\mu^{med}(o_{1,2}) = \exp\left(-\frac{(o_{1,2}-5)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$\mu^{high}(o_{1,2}) = \begin{cases} \exp\left(-\frac{(o_{1,2}-9)^2}{2\sigma^2}\right), o_{1,2} < 9 \\ 1, o_{1,2} \ge 9 \end{cases}$$

Для розрахунків покладемо, значення $\sigma = 2$. Приклади функцій належності для оцінювання вхідних параметрів другого етапу на основі інтегрованих показників O1 та O2 наведено на рис. 2.

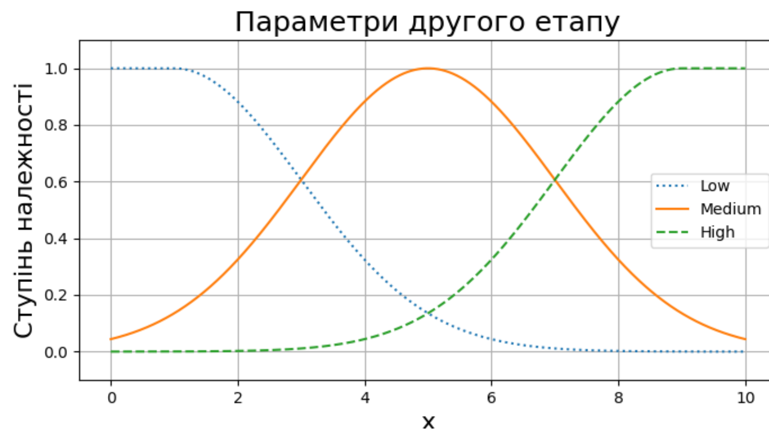


Рис. 2. Функції належності для оцінювання параметрів другого етапу

Для проведення оцінювання показників O1 та O2 на першому етапі опишемо правила нечіткого висновку у вигляді таблиць 1 та 2 (тут величини вхідних показників наведені одразу у вигляді відповідності вхідним категоріальним термам).

Таблиця 1. Правила формування нечіткої оцінки для O1

CI	PC	TU	O1	CI	PC	TU	O1	CI	PC	TU	O1	CI	PC	TU	O1
L	L	L	L	L	L	M	L	L	L	H	L	L	M	L	L
L	M	M	M	L	M	H	M	L	H	L	L	L	H	M	M
L	H	H	M	M	L	L	L	M	L	M	M	M	L	H	M
M	M	L	L	M	M	M	M	M	M	H	H	M	H	L	M
M	H	M	M	M	H	H	H	H	L	L	L	H	L	M	M

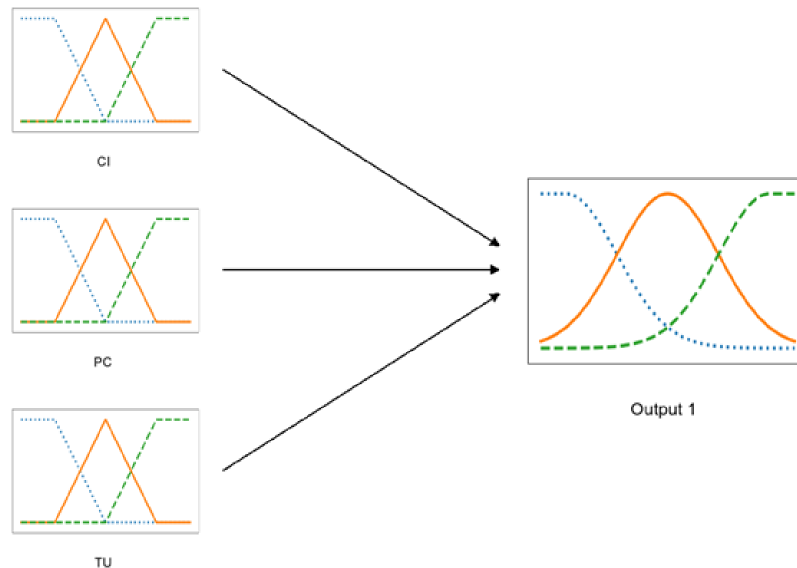
CI	PC	TU	O1	CI	PC	TU	O1	CI	PC	TU	O1	CI	PC	TU	O1
H	L	H	H	H	M	L	L	H	M	M	M	H	M	H	H
H	H	L	M	H	H	M	M	H	H	H	H				

Таблиця 2. Правил формування нечіткої оцінки для O2

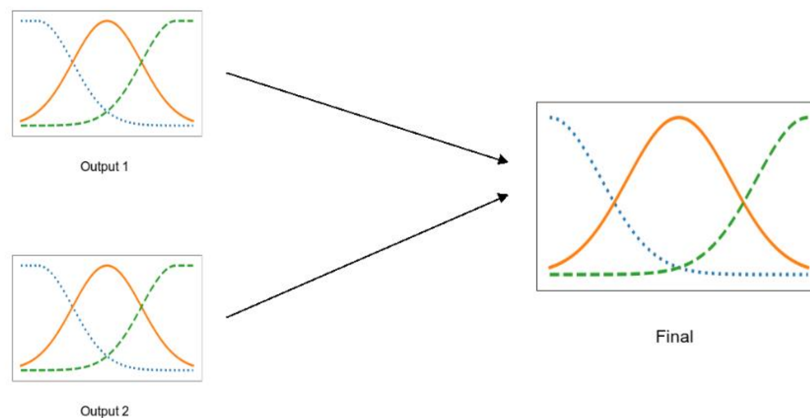
RA	TC	O2	RA	TC	O2	RA	TC	O2	RA	TC	O2	RA	TC	O2
L	L	L	L	M	M	L	H	M	M	L	L	M	M	M
M	H	H	H	L	L	H	M	M	H	H	H			

Не зважаючи на однакові функції належності для оцінювання, вплив вхідних параметрів на O1 та O2 в даному прикладі є нерівномірним внаслідок несиметричності правил, наведених в таблицях 1 та 2. У даному випадку параметри TU (терміновість завдання) та TC (складність завдання) здійснюють більший вплив на отримання високого пріоритету для розрахованих значень O1 та O2 відповідно.

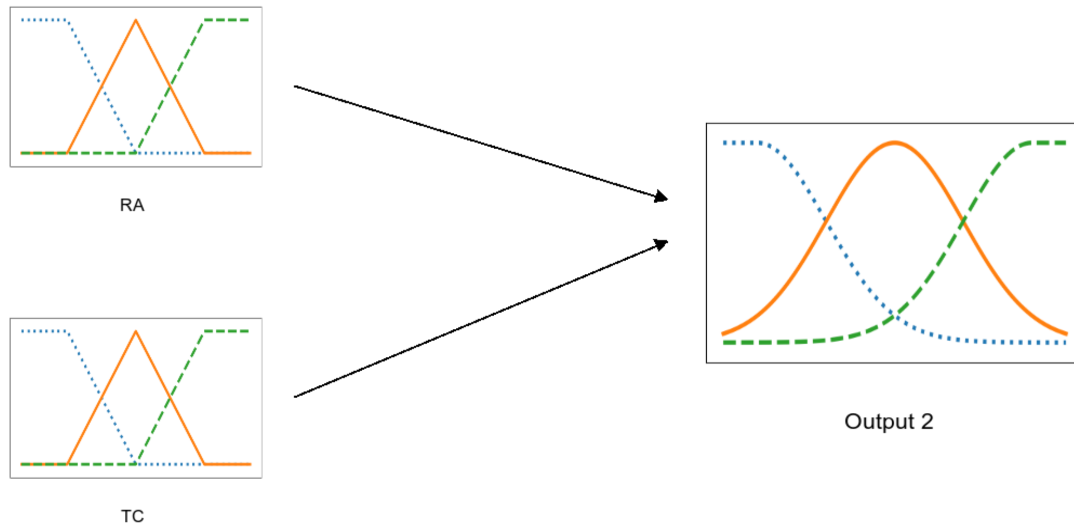
Таким чином, на основі описаних на першому етапі правил формування нечітких оцінок проводиться розрахунок рівня важливості параметрів O1 та O2 для вхідних завдань. Схему даного процесу наведено на рис. 3 (а, б):



а)



б)



в)

Рис. 3. Загальна схема двоетапного процесу формування нечіткого висновку Mamdani

Розраховані на першому етапі значення параметрів O1 та O2 використовуються для розрахунку FP на другому етапі (рис. 3, в).

Таблиця 3. Правила формування нечіткого висновку для другого етапу на основі O1 та O2

O1	**O2**	**FN**	**O1**	**O2**	**FN**	**O1**	**O2**	**FN**	**O1**	**O2**	**FN**	**O1**	**O2**	**FN**
L	L	L	L	M	M	L	H	M	M	L	L	M	M	M
M	H	H	H	L	M	H	M	M	H	H	H			

Пропонується використати функції належності для формування остаточного пріоритету у вигляді

$$\mu^{low}(y) = \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$\mu^{med}(y) = \exp\left(-\frac{(y-5)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$\mu^{high}(y) = \exp\left(-\frac{(y-10)^2}{2\sigma^2}\right)$$

Функції належності формування нечіткої оцінки вихідного параметра другого етапу для вхідних величин O1 та O2 наведені на рис. 4.

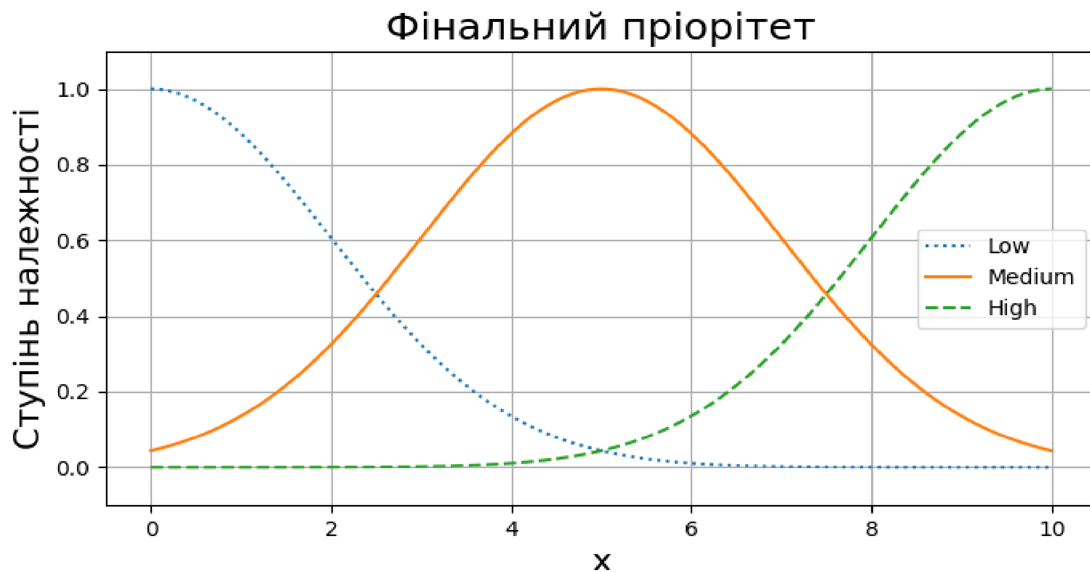


Рис. 4. Функції належності для формування нечіткої оцінки параметрів фінального пріоритету

Можна розширити кількість вхідних нечітко заданих параметрів, що впливають на порядок виконання послідовності завдань. Важливим параметром є, наприклад, тривалість виконання завдання (Execution Time, ET). В даному дослідженні пропонується не розглядати її додатково до визначених раніше параметрів, а лише формалізувати у вигляді нечіткого трапецієподібного числа $\tilde{b}=(a_1,a_2,a_3,a_4)$ з кусково-лінійною функцією належності (приклад функції належності $\mu_{\tilde{b}}(x)$ наведено на рис. 6) [5]

$$\mu_{\tilde{b}}(x)=\begin{cases}\dfrac{x-a_1}{a_2-a_1}, \text{ якщо } a_1 \le x \le a_2 \\ 1, \text{ якщо } a_2 \le x \le a_3 \\ \dfrac{a_4-x}{a_4-a_3}, \text{ якщо } a_3 \le x \le a_4\end{cases}$$

з подальшим застосуванням для планування послідовності виконання завдань.

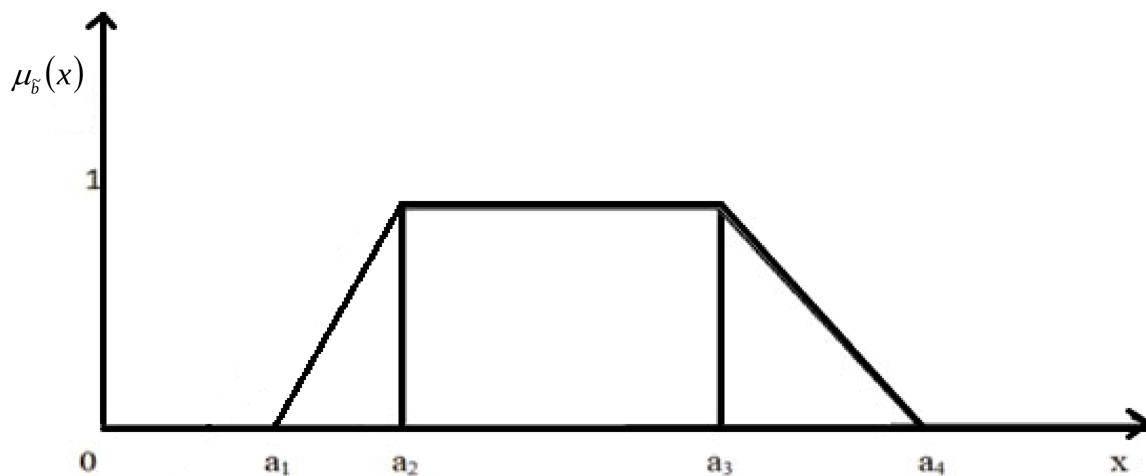


Рис. 5. Вигляд функції належності трапецієподібного нечіткого числа

Модельний експеримент

Для проведення чисельних розрахунків та аналізу конструктивності розробленого варіанта реалізації алгоритму формування нечіткого висновку Mamdani сформульовано набір тестових прикладів з різними показниками факторів впливу на послідовність виконання вхідних завдань.

Таблиця 4. Значення параметрів вхідних завдань

Task ID	Fuzzy Execution Time (ET)	CI	PC	TU	RA	TC
1	$(1,2,3,4)$	5	1	1	3	1
2	$(2,2,3,4)$	8	5	9	7	2
3	$(1,1,2,4)$	7	7	7	5	1
4	$(3,3,4,5)$	8	9	8	9	2
5	$(2,2,3,4)$	1	4	5	9	8
6	$(1,1,3,4)$	7	9	8	6	3
7	$(1,2,3,5)$	6	4	4	3	1

На основі значень наведеного переліку параметрів вхідних завдань та їх оцінок щодо впливу з використанням трьох нечітких категорій проведено розрахунок рівнів пріоритету для завдань вхідної послідовності та очікуваних термінів їх виконання (табл. 5).

Таблиця 5. Результати чисельного моделювання

Task ID	O1	O2	FP	Expected Fuzzy Execution Time	Most Expected Execution Time
5	4.308	7.999	6.078	$(2,2,3,4)$	2,778
6	7.641	3.779	4.621	$(3,3,6,8)$	5,042
2	7.999	2.353	4.574	$(5,5,9,12)$	7,818
4	7.999	1.995	4.557	$(8,8,13,17)$	11,595
3	6.088	1.995	4.012	$(9,9,15,21)$	13,667
7	4.133	2.354	3.674	$(10,11,18,26)$	16,478
1	1.995	2.354	3.535	$(11,13,22,30)$	19,179

Визначення можливих інтервалів виконання завдань здійснено шляхом проведення арифметичних операцій над нечіткими числами [12], а розрахунок найбільш очікуваного часу виконання завдань Most Expected Execution Time проведено за допомогою формули визначення центру ваги нечіткої множини (2). Таким чином, отримуємо послідовність виконання завдань з очікуваною тривалістю їх виконання.

В якості можливих напрямків подальших досліджень на основі даного підходу можна розглядати:

- розширення кількості вхідних чинників впливу (наприклад, вартості виконання завдань або можливості ризику невдачі);
- застосування та порівняння результатів для різних типів функцій належності (наприклад, трапецієподібних або згенерованих нейромережевими алгоритмами);
- розробку автоматизованих методів генерації бази правил з метою підвищення адаптивності та швидкості налаштування системи;
- впровадження механізму використання зворотного зв'язку для оновлення/уточнення параметрів функцій належності моделі з урахуванням результатів виконання завдань;

• дослідження впливу збільшення кількості категоріальних термів в описі вхідних та вихідних параметрів.

Висновки

Для визначення пріоритету послідовності виконання завдань розроблено двоетапний метод на основі формування та застосування модифікації способу формування нечіткого висновку Mamdani. Запропонований метод складається з двох послідовних етапів, на першому з яких формуються два проміжні параметри, а потім на основі оцінок цих інтегрованих параметрів розраховується рівень фінального пріоритету. Для оцінки конструктивності застосування методу розглянуто набір тестових завдань, що описуються сукупністю параметрів, які впливають на рівень пріоритетності виконання завдань з урахуванням категоріально визначеної сукупності критеріїв. Дворівневий підхід дозволив суттєво спростити процес формування бази правил шляхом розбиття загального набору параметрів завдання на підгрупи та виконання оцінювання отриманих проміжних показників з подальшим агрегуванням результатів на вихідному рівні.

Застосування трикутних функцій належності для оцінювання вхідних даних та гаусових функцій на рівні агрегованих виходів забезпечило баланс між інтерпретованістю моделі та точністю результатів. Метод дозволяє враховувати як різкі, так і плавні переходи значень мір належності окремих категорій, що робить його універсальним для широкого спектра завдань.

На прикладі системи технічної підтримки показано, що запропонована методологія дозволяє враховувати як потреби клієнтів, так і обмеження ресурсів. Результати моделювання підтвердили, що схема забезпечує гнучке розподілення пріоритетів, покращуючи як ефективність обслуговування, так і задоволеність клієнтів.

Метод може бути легко адаптований для застосування в інших галузях, таких як: управління проєктами, логістика, медична діагностика або експлуатація складних технічних систем. Запропонований підхід також допускає розширення кількості вхідних змінних та використання різних типів функцій належності.

Продемонстровано ефективність даного методу для визначення завдання, що повинно виконуватись наступним, та оцінкою термінів виконання інших завдань, виходячи з нових динамічно розрахованих пріоритетів.

Література

1. Kaplan R., Norton D. Using the Balanced Scorecard as a Strategic Management System // Harvard Business Review 74, no. 1 (January–February 1996).
2. Fu S., Gao J., Zhao L. Collaborative Multi-Resource Allocation in Terrestrial-Satellite Network towards 6G. IEEE Trans. Wirel. Commun. 2021 - № 20. - P. 7057–7071.
3. Rusou Z., Amar M., Ayal S. The psychology of task management: The smaller tasks trap // Judgment and Decision Making, 2020 - № 15(4). - P.586-599.
4. Xu X., Zhang X., Khan M., Dou W., Xue S., Yu S., A Balanced Virtual Machine Scheduling Method for Energy-Performance Trade-Offs in Cyber-Physical Cloud Systems. Futur. Gener. Comput. Syst. 2020. - Vol. 105 . - P. 789–799.
5. Zadeh. L.A. Fuzzy sets// Information and Control, 1965. - № 8. – P. 338-353.
6. Mamdani E., Application of Fuzzy Algorithms for Control of Simple Dynamic Plant // Proceedings of the IEEE, 1974. - Vol. 121 (12). - P. 1585-1588.
7. Takagi T.; Sugeno M. Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control // IEEE Trans. Syst. Man Cybern. 1985. - Vol 1. - P.116–132.
8. Sarimuthu C., Ramachandaramurthy V., Mokhlis H., Ramasamy A., Comparison of Mamdani-Type and Sugeno-Type Fuzzy Inference Systems for Transformer Tap Changing System // International Journal of Advances in Applied Sciences, 2016. - Vol 5. - P.163-167.
9. Carvajal O., Castillo O., Soria J., Optimization of Membership Function Parameters for Fuzzy Controllers of an Autonomous Mobile Robot Using the Flower Pollination Algorithm // Journal of Automation, Mobile Robotics & Intelligent Systems, 2018. - 12 (1). - P. 44-49.
10. Lagunes M., Castillo O., Soria J., Optimization of Membership Function Parameters for Fuzzy Controllers of an Autonomous Mobile Robot Using the Firefly Algorithm // Chapter in Book: Fuzzy Logic Augmentation of Neural and Optimization Algorithms: Theoretical Aspects and Real Applications, 2018. - P.199-206.
11. Ross T., Fuzzy Logic with Engineering Applications, Third Edition 3rd Edition // Wiley, 2010 - http://dx.doi.org/10.1002/9781119994374.

12. Zimmermann H.-J., Fuzzy Set Theory and Its Applications // Springer Netherlands, 1996 - P. 435.

References

1. Kaplan R., Norton D. Using the Balanced Scorecard as a Strategic Management System // Harvard Business Review 74, no. 1 (January–February 1996).
2. Fu S., Gao J., Zhao L. Collaborative Multi-Resource Allocation in Terrestrial-Satellite Network towards 6G. IEEE Trans. Wirel. Commun. 2021 - № 20. - P. 7057–7071.
3. Rusou Z., Amar M., Ayal S. The psychology of task management: The smaller tasks trap // Judgment and Decision Making, 2020 - № 15(4). - P.586-599.
4. Xu X., Zhang X., Khan M., Dou W., Xue S., Yu S., A Balanced Virtual Machine Scheduling Method for Energy-Performance Trade-Offs in Cyber-Physical Cloud Systems. Futur. Gener. Comput. Syst. 2020. - Vol. 105 . - P. 789-799.
5. Zadeh. L.A. Fuzzy sets// Information and Control, 1965. - № 8. – P. 338-353.
6. Mamdani E., Application of Fuzzy Algorithms for Control of Simple Dynamic Plant // Proceedings of the IEEE, 1974. - Vol. 121 (12). - P. 1585-1588.
7. Takagi T.; Sugeno M. Fuzzy Identification of Systems and Its Applications to Modeling and Control // IEEE Trans. Syst. Man Cybern. 1985. - Vol 1. - P.116–132.
8. Sarimuthu C., Ramachandaramurthy V., Mokhlis H., Ramasamy A., Comparison of Mamdani-Type and Sugeno-Type Fuzzy Inference Systems for Transformer Tap Changing System // International Journal of Advances in Applied Sciences, 2016. - Vol 5. - P.163-167.
9. Carvajal O., Castillo O., Soria J., Optimization of Membership Function Parameters for Fuzzy Controllers of an Autonomous Mobile Robot Using the Flower Pollination Algorithm // Journal of Automation, Mobile Robotics & Intelligent Systems, 2018. - 12 (1). - P. 44-49.
10. Lagunes M., Castillo O., Soria J., Optimization of Membership Function Parameters for Fuzzy Controllers of an Autonomous Mobile Robot Using the Firefly Algorithm // Chapter in Book: Fuzzy Logic Augmentation of Neural and Optimization Algorithms: Theoretical Aspects and Real Applications, 2018. - P.199-206.
11. Ross T., Fuzzy Logic with Engineering Applications, Third Edition 3rd Edition // Wiley, 2010 - http://dx.doi.org/10.1002/9781119994374.
12. Zimmermann H.-J., Fuzzy Set Theory and Its Applications // Springer Netherlands, 1996 - P. 435.

The article has been sent to the editors 20.01.25.
After processing 31.01.25.
Submitted for printing 30.03.25.